

Mathematik kooperativ spielen, üben, begreifen

Lernumgebungen für heterogene Gruppen



Wälti, B., Schütte, M. & Friesen, R. (2020). *Mathematik kooperativ spielen, üben, begreifen. Lernumgebungen für heterogene Gruppen* (Band 1: Schwerpunkt 3. bis 5. Schuljahr). Berlin: Kallmeyer Klett.



Wälti, B., Schütte, M. & Friesen, R. (2020). *Mathematik kooperativ spielen, üben, begreifen. Lernumgebungen für heterogene Gruppen* (Band 2: Schwerpunkt 5. bis 7. Schuljahr). Berlin: Kallmeyer Klett.

«Gerade für den Mathematikunterricht stellen kooperative Lernformen eine grosse Bereicherung dar: Im Austausch mit andern erreichen die Schülerinnen und Schüler ein tiefes Verständnis der Inhalte; sie argumentieren, sie entwickeln und reflektieren Begriffe und Vorgehensweisen, sie vergleichen unterschiedliche Lösungswege und verwenden verschiedene Darstellungsebenen für die Präsentation ihrer Ergebnisse.

Langfristig erlernen ihre Schülerinnen und Schüler beim kooperativen Arbeiten die grundlegenden sozialen Fähigkeiten, um auch im Team erfolgreich und aufgabenorientiert zu arbeiten.»

Hepp, 2006

Warum kooperative Spiele im Mathematikunterricht?

Die Lehr- und Lernforschung betont seit vielen Jahren die grosse Bedeutung des gemeinsamen Lernens. Mit der interaktionistischen Lernforschung wurde dies theoretisch begründet und mit dem Konzept des dialogischen Lernens konkret umgesetzt. Im Unterricht hat die Form des kooperativen Lernens jedoch (noch) zu wenig Spuren hinterlassen. Der Mathematikunterricht findet nach wie vor sehr häufig so statt, dass primär das individuelle, eigenständige Lernen im Zentrum steht und gemeinsames Lernen nur beiläufig stattfindet. Es werden häufig vorstrukturierte Arbeitspläne mit Aufgabenserien eingesetzt, bei denen neben Einzel- auch Partner und Gruppenarbeiten vorgesehen sind. Dabei werden Mathematik-Konferenzen, Think-Share-Pair Methoden und andere Ideen umgesetzt. Doch die Mathematikaufgaben setzen im Kern nicht auf Zusammenarbeit, sondern können gut auch allein gelöst werden.

In den beiden vorliegenden Büchern zu kooperativen Lernformen werden nun **Aufgaben, Problemstellungen und Spielideen präsentiert, die von Beginn an nur kooperativ bearbeitet werden können. Die Aufgaben lassen sich allein nicht lösen. Es braucht einen Partner bzw. eine Partnerin oder es braucht ein Team, um die Aufgabe zu lösen.** Dieser Ansatz, dass die Aufgaben nur gemeinsam gelöst werden kann, ist neu und spannend.



Aus Band 1, S.74. Streichquadrate herstellen

«Mathematiklernen kooperativ rahmen»

Wenn gezielt gemeinsam Mathematikaufgaben gelöst werden, dann spricht man in der aktuellen mathematik-didaktischen Literatur von «Mathematiklernen kooperativ rahmen». Ausgangspunkt dieses Konzepts ist eine Kernidee der Mathematik, bei der ein Von- und Miteinander-Lernen erforderlich ist.

Die folgenden **Merkmale** beschreiben kooperative gerahmte Mathematikaufgaben:

- Substanziell mathematische Aufgaben stehen im Zentrum. Es wird konsequent von der Idee ausgegangen, welche mathematischen Fragestellungen bedingen kooperatives Lernen.
- Die Aufgaben eignen sich sehr gut für jahrgangsgemischte- und für leistungsheterogene Lerngruppen.
- Die Aufgaben können auf unterschiedlichen Niveaus und Wegen bearbeitet werden. Schwächere Schülerinnen und Schüler bearbeiten weniger Aufgaben, die guten und schnellen Schülerinnen und Schüler bearbeiten viele Aufgaben. Die Komplexität kann variiert werden. Der Zahlenraum kann klein gehalten werden oder wird geöffnet auch in grossen Zahlenräumen.
- Die Aufgaben können nur in Kooperation gelöst werden. Die gemeinsame Suche nach Lösungsstrategien und Ergebnissen ist eine Prämisse.
- Die Aufgaben sind handlungsorientiert und es werden verschiedenste Materialien eingesetzt. Besonders geeignet sind Materialien, die eine stochastische Variabilität ermöglichen: Würfel, Ziffernkärtchen, Ereigniskarten usw.
- Nach der Aufgabebearbeitung werden die Vorgehensweise und der Gruppenprozess reflektiert.
- Meist werden die Aufgaben spielerisch gelöst. Dabei gibt es neben kooperativen Spielformen auch kompetitive Variationen.

Ich-Du-Wir ...

Sich mit einem Thema wirklich auseinandersetzen

Bärbel Barzel

Die Grundsätze des Dialogischen Lernens fließen in das kooperative Lernen ein. Ob als klassisches „Ich-Du-Wir“-Prinzip oder als Methode „Denken-Austauschen-Vorstellen“ – stets ist gemeint, dass jeder zunächst die Gelegenheit erhält, sich selbst mit dem Lerngegenstand auseinanderzusetzen. Dann erfolgt ein Austausch mit einem Partner und abschließend das Zusammenführen der Ergebnisse und das Vorstellen in der Klasse, der Gruppe oder dem Partner gegenüber.

Mathematik lehren 139, 2006, S.19

Wie können kooperative Spiele im Mathematikunterricht umgesetzt werden?

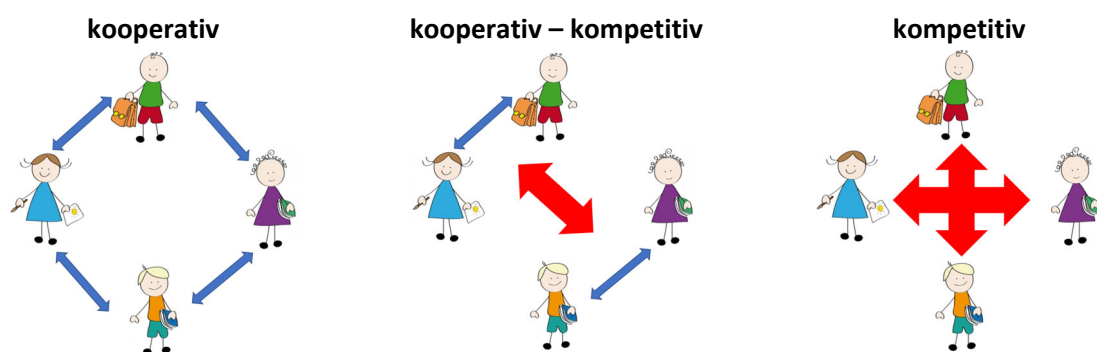
Nach der Idee «Mathematiklernen kooperativ rahmen» werden drei Umsetzungsformen unterschieden: **kooperativ**, **kooperativ-kompetitiv** und **kompetitiv**.

In der **kooperativen Spielform** bearbeiten die Schülerinnen und Schüler die Aufgaben gemeinsam. Jede und jeder bringt seine Ideen ein. Die Lösungsideen werden gesammelt und diskutiert. Es wird festgelegt, wie die Lösung präsentiert wird. Während des ganzen Prozesses ist die Lerngruppe als Ganzes für die Bearbeitung der Aufgabe zuständig. Bei grösseren Gruppen kann es sinnvoll sein, eine bestimmte Rollenzuteilung vorzunehmen.

In der **kooperativ-kompetitiven Spielform** «kämpfen» Teams gegeneinander. Zweier- oder Dreier-Teams messen sich mit anderen Teams. Das kooperative Element bleibt. Kompetitiv wird es dadurch, dass zum Beispiel ein Team mehr Lösungen findet

In der rein **kompetitiven Spielform** geht es um den Wettbewerb untereinander: Wer findet mehr Lösungen? Wer findet die korrekte Lösung schneller? (...)

Die Grenzen der verschiedenen Umsetzungsformen sind nicht trennscharf. Es ist auch gut möglich, dass sich aus einer kooperativen Spielform eine anspruchsvollere kompetitive Form ergibt und umgekehrt.



eigene Darstellung zu Umsetzungsformen

Alle in den beiden Büchern beschriebenen Aufgaben müssen kooperativ bearbeitet werden. Zusätzlich zu den kooperativen Spielformen sind auch kompetitive Varianten möglich. Diese wettbewerbsorientierten Spielideen müssen nicht zwingend umgesetzt werden Sie können jedoch für alle Schülerinnen und Schüler herausfordernd und motivierend wirken.

Aus dem Inhalt

Band 1: 3. – 5. Schuljahr	Band 2: 5. – 7. Schuljahr
<p>Einleitung mit grundsätzlichen Hinweisen zu Lernumgebungen für einen interaktiv gestalteten Mathematikunterricht</p> <p>1 Zahlenraum erforschen</p> <ul style="list-style-type: none"> - 8 Aufgaben zum Erforschen des Zahlenraum der natürlichen Zahlen bis 100 bzw. bis 1000 <p>2 Addieren und subtrahieren</p> <ul style="list-style-type: none"> - 6 Aufgaben zum Addieren und Subtrahieren mit Fokus Stellenwertsystem, Rechentricks, Problemlösen und weiteren Themen <p>3 Multiplizieren und dividieren</p> <ul style="list-style-type: none"> - 9 Aufgaben zum Zahlenhochhaus, Rechtecke im Quadrat und weitere Spielideen <p>4 Mit Grössen handeln</p> <ul style="list-style-type: none"> - 11 Aufgaben zu folgenden Themen: Geld, Längenmasse, Hohlmasse, Zeit, Proportionalität <p>Anhang mit Downloadmaterialien</p>	<p>Einleitung mit grundsätzlichen Hinweisen zu Lernumgebungen für einen interaktiv gestalteten Mathematikunterricht</p> <p>1 Zahlenraum erforschen</p> <ul style="list-style-type: none"> - 11 Aufgaben zum Erforschen des Zahlenraum der natürlichen und rationalen Zahlen, zum Zahlenstrahl und Proportionalität <p>2 Addieren und subtrahieren</p> <ul style="list-style-type: none"> - 6 Aufgaben zum Addieren und Subtrahieren mit Brüchen, zum Stellenwertsystem, propädeutischer Algebra, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit <p>3 Multiplizieren und dividieren</p> <ul style="list-style-type: none"> - 8 Aufgaben mit Fokus auf folgende Themen: Einmaleins, Teilbarkeitsregeln, Proportionalität, Prozente, Problemlösen, ... <p>4 Mit Grössen handeln</p> <ul style="list-style-type: none"> - 7 Aufgaben zu den Themen: Geld, Zeit, Stellenwertsystem, Proportionalität, Geschwindigkeit, Schätzen und weitere Themen <p>Anhang mit Downloadmaterialien</p>

Beispielaufgabe aus Band 1 (entspricht einer Zusammenfassung der Aufgabe)

Mit 1, 2, 3 und 4	2. - 6. PS	PA Start KA ff	1-2 Lektion
Mathematischer Fokus - Grundoperationen, Rechenregeln variabel anwenden - Mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 möglichst viele Rechnungen finden Lernziel(e) - SCH können mit vorgegebenen Ziffern möglichst viele Ergebnisse bilden	Material - Zettel zum Notieren der Terme - Langer Zahlenstrahl in Schulhausgang (!)		

Arbeitsauftrag

Es geht darum, die 4 Zahlen bzw. Ziffern 1, 2, 3 und 4 durch Operationen zu verknüpfen. Dabei entstehen Rechenterme, auch wenn wir auf dieser Stufe von „Rechnungen“ sprechen. Bei jedem Rechenterm wird jede der 4 Ziffern genau einmal verwendet. Falls die Zahlen 1-stellig sind, sind 3 (Grund-)Operationen notwendig, die Ziffern können jedoch auch zu 2- oder sogar 3-stelligen Zahlen verknüpft werden.

Ziel der Aufgabe ist es, mit den vorgegebenen Regeln möglichst viele Ergebnisse zwischen 1 und 50 (1 und 100) zu finden. Tatsächlich gibt es so viele Möglichkeiten, dass es zu den meisten Ergebnissen mehrere Terme gibt. Einzig zu 49 konnte nur ein Term mit Hilfe von Potenzen gefunden werden.

Bemerkung: Die Aufgabe übersteigt im Prinzip den Stoff des 3. und 4. Schuljahres, da die Punkt-vor-Strich sowie die Klammerregeln noch nicht eingeführt sind. Wir schlagen dennoch vor, die beiden Regeln hier „heimlich“ einzuführen.

Unterrichtsverlauf

Die Klasse kann in größere Gruppen von 5 – 10 SCH aufgeteilt werden. So arbeiten 2 – 4 Gruppen je Klasse weitgehend unabhängig voneinander. Die Bearbeitung der Aufgabe benötigt eine große freie Fläche – an einer Wand (Plakate oder viele A4- oder A5-Blätter) oder an der Wandtafel. Die LP hat auf Zetteln oder an der Tafel die zu erzielenden Ergebnisse von 1 bis 50 so vorbereitet, dass zu jedem Ergebnis genügend Platz für 3 entsprechende Terme ist. Nun notiert die LP 3 oder 4 Terme an die Wandtafel und fordert die Lernenden auf, ihren Wert zu bestimmen.

Nach einiger Zeit werden die Terme ausgewertet, wobei sich die Lernenden bei dem einen oder anderen Term vermutlich nicht auf ein Ergebnis einigen. Die Ergebnisvorschläge werden gesammelt, die Rechenregeln im Anschluss erläutert und die Ergebnisse geklärt. Nun werden die Terme auf ein Blatt Papier notiert und die einzelnen Blätter den vorbereiteten Ergebnissen zugeordnet.

Wer fertig war, hat kontrolliert, dass die Rechnungen der anderen Lernenden richtig zugeordnet wurden.

In der Folge haben die SCH jeden Tag 1 bis 3 weitere Rechnungen gesucht und an die Wand geheftet. Die neuen Rechnungen wurden laufend kontrolliert, einige Terme wurden jeweils gemeinsam diskutiert.

Falls die Arbeit in der Klasse gemeinsam organisiert wird, lohnt es sich, die Aufgabe mehrere Tage hintereinander zu bearbeiten und täglich Rechnungen der anderen SCH richtig zugeordnet wurden. In der Folge haben die Lernenden jeden Tag 1 bis 3 weitere Rechnungen gesucht und an die Wand geheftet. Die neuen Rechnungen wurden laufend kontrolliert, einige Terme wurden jeweils gemeinsam diskutiert.

Falls die Arbeit in der Klasse gemeinsam organisiert wird, lohnt es sich, die Aufgabe mehrere Tage hintereinander zu bearbeiten und täglich zu thematisieren.

Vereinfachen der Aufgabe

Mit Unterstützungs- bzw. Hinweiskärtchen arbeiten, so dass mögliche Ideen gezeigt werden können.

Anspruchsvollere Variante

Zusätzliche Ziffern verwenden, den Zahlenraum erweitern



Aus Band 1, S.134. Mit 1, 2, 3 und 4