MO Unterrichtsvorschlag

Christlich oder religionsneutral?

Vom Stern zum Weihnachtsstern

Verschiedene Gruppen haben sich mit «Sternen» (religionsneutral) und/oder mit dem «Weihnachtsstern» (botanisch oder biblisch) auseinandergesetzt. Viele Gruppen haben auch mehrere Themen angeschnitten. Natürlich brauchte es Internetarbeit und die Resultate wurden im Plenum der eigenen und der Parallelklasse vorgestellt. Walter Hofmann / Elvira Braunschweiler

Stern in den Redewendungen

Es ist kein Wunder, dass es unzählige Redewendungen gibt, in denen die Sterne in unsere Alltagssprache Eingang gefunden haben. Wir sprechen davon, dass eine Unternehmung unter einem günstigen oder **ungünstigen Stern** steht. Oder wir sagen gar, ein ganzes Leben stehe unter einem solchen Stern, weil ein Mensch unter einem **günstigen Stern geboren** sei.

Menschen **greifen nach den Sternen,** wenn sie ein neues, kühnes Vorhaben in Angriff nehmen. Manch Verliebter verspricht seiner Herzallerliebsten, dass er ihr die **Sterne vom Himmel holen** wird. Und wir vergleichen Menschen mit Sternen. Wir sprechen bei einem jungen Fussballtalent von einem kommenden **Fussballstar** oder in der Musikbranche von einem **neuen Stern am Pop-Himmel.** Doch diese Sterne verblassen meist auch wieder.

Noch schneller geht das bei den **Starletts** und Sternchen, wie bestimmte gutaussehende Frauen in der Filmwelt abschätzig bezeichnet werden. Wir sprechen von der **Sternstunde,** in der Aussergewöhnliches geschieht, und wir kennen den **Leitstern,** der nicht nur auf jedem Mercedes vorne prangt.

Und wer empfindet nicht das Gefühl von Weite, wenn er oder sie nachts zum **sternenüberfluteten Himmel** hinaufschaut. Manch einen ergreift dann eine schmerzhafte Sehnsucht nach dieser Unendlichkeit des Himmels und man fühlt sich so klein und verloren hier unten auf der Erde unter dem **Sternenzelt.**

Ein neuer Stern wird aufgehen

Der Stammvater Abraham erhielt das Versprechen, dass seine Nachkommen einmal so zahlreich sein werden wie die **Sterne am Himmel** (1. Buch Moses 15,5) und an anderer Stelle heisst es, dass aus der Familie des Jakob ein neuer Herrscher kommen werde, aus dem Stamm Jakobs ein neuer Stern aufgehen werde (4. Buch Moses 24,17).

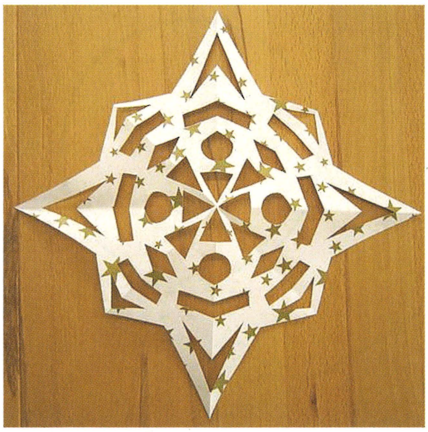
Womit wir bei Jesus und Weihnachten angelangt sind. Denn genau auf diese Stelle aus dem Alten Testament bezieht sich die Geschichte aus dem Matthäusevangelium. Die drei Weisen folgen einem unglaublich **hellen, neuen Stern** und kommen nach Jerusalem. Dort befragen sie am Hof die Sterndeuter, die in der Bibel nachschlagen und diese Stelle finden und auch die andere, dass dieser neue König aus Betlehem kommen werde. Der Stern führt schliesslich die Weisen nach Betlehem und wird so für alle Zeiten zum Weihnachtsstern, der die Menschen auf Jesus und seinen Gott hinweist.

Gruppe «Weihnachtsstern im Alten und Neuen Testament»

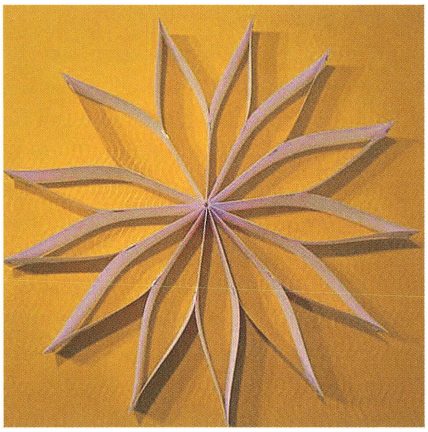
Im Internet fanden wir einen Beitrag, der alle Bibelstellen auflistete, wo ein Stern vorkommt (vergleiche Einleitung). Aber dann wurde es kompliziert. Welche zwei Sterne waren so nahe beieinander, dass sie so hell wie ein Stern leuchteten. Auch da sind sich die Wissenschafter nicht einig. Wann war die Geburt überhaupt? Die Heilige Nacht wurde ja nur symbolisch gewählt, weil die Heiden zu dieser Zeit den Tag feierten, da die Tage wieder etwas länger wurden. Und eine Quelle behauptet, Herodes sei bereits 4 v. Ch. gestorben, die Weisen hätten ihn also gar nicht treffen können. Ungereimtheiten noch und noch. Hätten wir doch lieber wie früher einfach glauben können, dass der Heiland wirklich in jener Nacht (24.12.) geboren wurde. Alles ist nur noch Symbol und Gleichnis, nichts mehr überprüfbare Realität. Diese Arbeitsgruppe ist nicht für jedermann. Zum Glück hatten wir einen Pfarrerssohn in der Gruppe und konnten mit seinem Vater sprechen (Protokoll von Tom).

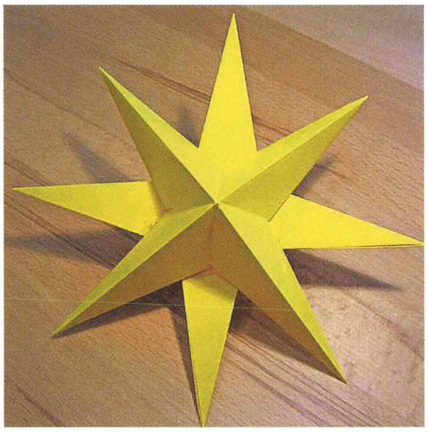
Gruppe «Sterne aus Papier»

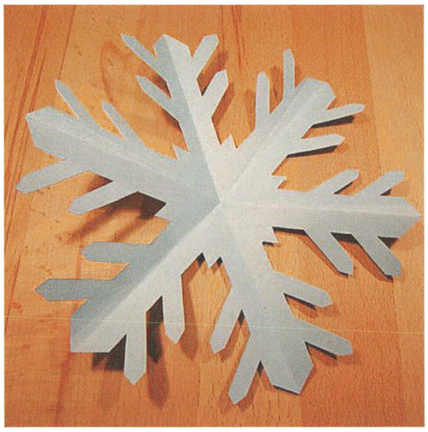
Einige Sterne haben wir an die Schulzimmerfenster geklebt. Andere hängen an dünnen Fäden von der Schulzimmerdecke. Wieder andere haben wir auf Papier geklebt und zu Glückwunschkarten weiterverarbeitet. Einzelne wollten einfach selber experimentieren, auch mit Zirkel und Geodreieck. Andere konsultierten gerade das Internet, z. B. http://www.stern-basteln.de/papier/ Hier einige Beispiele:

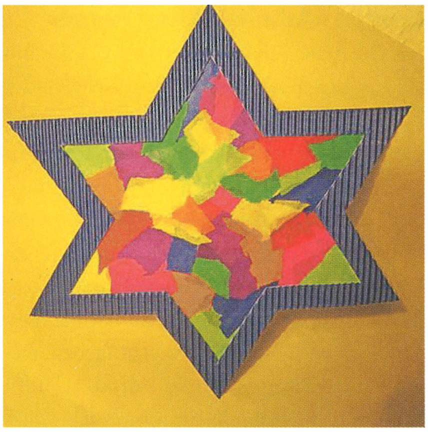


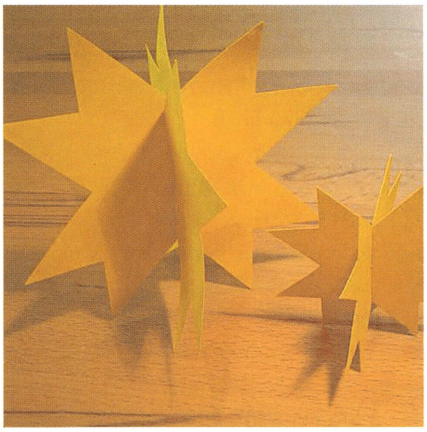
Schnittstern.


Streifenstern.


Dreidimensionaler Stern aus Tonpapier.


Schneeflockenstern.


Leuchtender Stern fürs Fenster.


Stehende Tonpapiersterne.


Nikolausstern.

Gruppe «Weihnachtsstern, die Schönste» (Wolfsmilchgewächs)

Wir ertranken fast in den vielen Internetinformationen. Interessant war, dass die Gärtner die Pflanze viele Stunden im Dunkeln wachsen lassen müssen. Nur so bekommen die Blätter (nicht Blüten!) die rote Farbe. Wie giftig sind die Pflanzen? Auch das war ein spannendes Unterthema. Es gibt auch Beiträge, die sich kritisch mit dieser populärsten Winterpflanze auseinandersetzen. Auch diese haben wir in unserer Zusammenfassung berücksichtigt. (Aber wir haben im Schulzimmer einen Weihnachtsstern und Alternativen.)

Ursprünglich stammt der Weihnachtsstern (Euphorbia pulcherrima) aus Mittel- und Südamerika, wo er zu einem stattlichen Busch von bis zu vier Metern Höhe heranwächst. Auch wenn der Naturforscher Alexander von Humboldt die Pflanze bereits 1804 nach Europa brachte, startete ihre Karriere als Weihnachtsblume erst im 20. Jahrhundert. Zunächst wurde der Stern als Schnittblume angeboten. Züchtungserfolgen in den 1950er-Jahren ist es zu verdanken, dass der Weihnachtsstern heute als Topfpflanze auch in geheizten Räumen zurechtkommt.

Weihnachtssterne, die aus der Region stammen

Die roten Blätter sind nicht die Blüten, wie oft vermutet, sondern die sogenannten Hochblätter. Diese verfärben sich jedoch nur zur Blütezeit und nur, wenn sie nicht mehr als zwölf Stunden Licht abbekommen.

Der Weihnachtsstern gehört weltweit zu den beliebtesten und meistverkauften Zim-


Roter Weihnachtsstern.

Rosa und weisser Weihnachtsstern.

merpflanzen. Allein in Deutschland gehen pro Jahr rund 35 Millionen Weihnachtssterne über den Ladentisch.

Ursprünglich stammen die Weihnachtssterne aus Mexiko, heute werden sie vor allem in Guatemala und Ostafrika produziert. In Südamerika gehören die roten Blätter genauso zur Adventszeit wie in der Schweiz der Tannenbaum.

Am Anfang der Produktionskette stehen die Mutterpflanzen, besonders hochwertige, weit verzweigt gewachsene Pflanzen. Von jeder Mutterpflanze werden ab Mai ca. 30 Stecklinge geschnitten, die in Kunststofftüten verpackt und bei acht bis zehn Grad gelagert werden.

Schwerer Klimarucksack

Später machen sich die Setzlinge dann auf eine weite Reise, denn seine Käufer findet der Weihnachtsstern nicht im warmen Süden, sondern weit nördlicher – und das zu einer Jahreszeit, in der die Temperaturen selten tropische Höhen erreichen. Auf sommerliche 17 Grad Celsius mussten die Gewächshäuser auf der Nordhalbkugel aufgeheizt werden, damit sich die Poinsettien, wie die Züchter die Weihnachtssterne auch nennen, wohl fühlten. So bleibt die Belastung fürs Klima hoch.

Dazu kommt, dass die Erde der Topfpflanzen früher zu 80 Prozent aus Torf bestand, dem Stoff, aus dem unsere Moore sind. Jeder Weihnachtsstern mit einem Blumentopf von zehn Zentimeter Durchmesser enthält so viel Torf, dass beim Abbau dieses Stoffs bis zu 25 Liter Kohlendioxid freigesetzt werden – bei der stattlichen Menge von 35 Millionen Weihnachtssternen kommt man auf den Verbrauch von fast 30000 m^3 Torf und die Freisetzung von rund 900 Millionen Liter Kohlendioxid.

Gift im Wohnzimmer?

Der Weihnachtsstern bringt mit seinen leuchtend roten Blättern nicht nur Farbe und Exotik ins Wohnzimmer, sondern oft auch Pestizide. Viele der Pflanzen sind stark mit Pestiziden behandelt, die das Nervensystem schädigen. Oft werden die Weihnachtssterne sogar komplett in eine Pestizidlösung getaucht. Zudem sind Weihnachtssterne oft nur ein kurzlebiges Wegwerfprodukt; meist werden sie nach der Weihnachtszeit kurzerhand entsorgt wie die Christbäume.

Alternativen

Wer auf den Weihnachtsstern verzichten und sein Heim trotzdem weihnachtlich schmücken möchte, sollte sich auf die traditionellen Zweige von Fichte, Tanne & Co. besinnen, möglichst aus zertifiziertem Bestand. Auch rote Beeren oder Stechpalmenzweige sind eine hübsche Alternative.

Übrigens: Sogenannte Bio- oder Ökosterne haben kaum noch Torf im Substrat und sind ungiftig, das heisst, bei ihrer Herstellung wird auf den Einsatz von Pestiziden verzichtet. Haustiere sollten aber keine Blätter fressen.

Gruppe «Arbeitsblätter Sterne»

Die Arbeitsblätter von Walter Hofmann sind in unserer Klasse «Kult». Viele Kinder mit Ausdauer (und auch deren Eltern) haben schon Arbeitsblätter von diesem Autor gelöst. Erschienen etwa im Januar 2007, S. 27–41, im Januar 2008, S. 34–42, im Mai-Heft 2009 («Geheimschriften») und auch im Januar 2010, S. 27–42 (z. B. «Wörterketten»). Jetzt eine neue Folge zum Thema «Sterne».

Wenn schwächere Schüler aufgeben wollen («Da komme ich nicht draus»), hilft: **a)** Erste Aufgabe am Hellraumprojektor gemeinsam lösen. **b)** Kleingruppen- statt Einzelarbeit. **c)** Einige Buchstaben oder Zahlen schon auf das Arbeitsblatt schreiben. **d)** Die Lösungswörter verstreut an die Wandtafel schreiben. **e)** Die Lösungsblätter auf das Lehrerinnenpult legen und Kinder, die nicht weiterkommen, können einen Blick darauf werfen. **f)** Weglegen und vielleicht daheim nochmals probieren.

Zur Einstimmung lautete die Aufgabe: Nimm einen Zirkel und ein Geodreieck und versuche Sterne mit 3, 4, 5, 6, 8 … Zacken zu konstruieren. Auch da hilft das Internet weiter, sogar den Suchbegriff «Sterne zeichnen» gibt es und Konstruktionsfilme auf Yahoo. Über eine Million Beiträge im Netz!

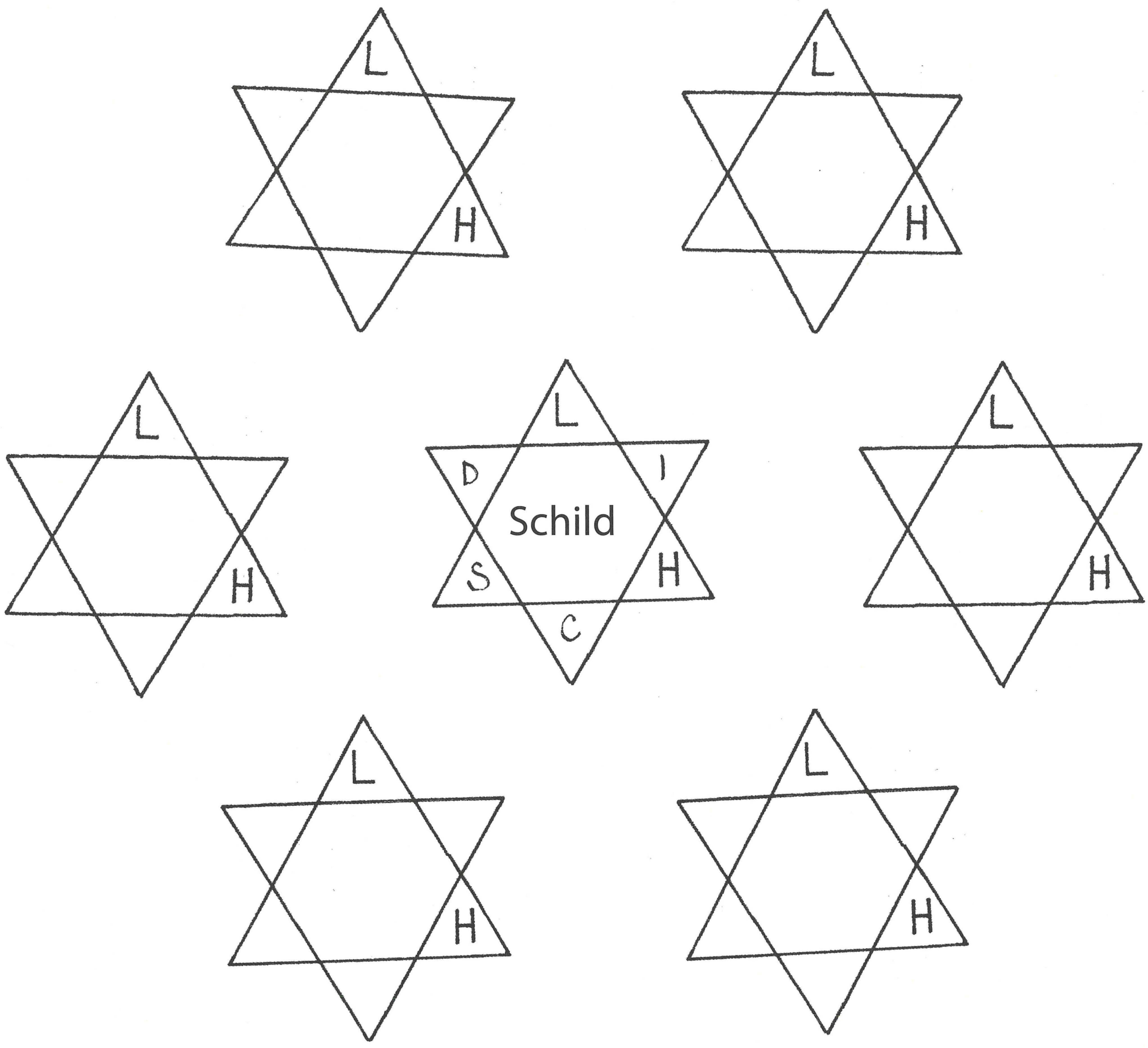
Garantiert ungiftig: Weihnachtsstern aus Glas.

Heimische Alternative: Efeu oder Tannenzweige, rote Äpfel.

Wörtersterne

In die Zacken der sechs Sterne sollst du ringsum je einen Buchstaben eines sechsbuchstabigen Nomens eintragen. Dabei ist es dir völlig freigestellt, bei welcher Zacke das Wort beginnen soll und in welcher Umlaufrichtung es fortgesetzt wird. Der Reiz dieser speziellen Wörtersuche – aber auch deren Schwierigkeit – besteht darin, dass bei jedem Stern die gleichen beiden Buchstaben (zudem auf den gleichen beiden Zacken!) vorgegeben sind …

Notiere deine gefundene Lösung jeweils als vollständiges Wort in der Innenfläche des Sterns (siehe Beispiel)!



Gesucht sind lauter «Sternwörter»! A2

Schreibe auf jede Linie ein Nomen, bei dem sich am Wortanfang, im Wortinneren oder am Wortende der Begriff «Stern» versteckt. (Je ein Beispiel soll dir zeigen, wie das gemeint ist: Sternwarte, Zisterne, Abendstern.) Notiere dabei auf jeder Linie einen Buchstaben des gesuchten «Sternwortes» und überfahre jeweils den mit einem Sternchen gekennzeichneten Buchstaben mit Farbstift. Alle farbigen Buchstaben ergeben schliesslich (senkrecht gelesen) zwei weitere «Sternwörter», die je nach Betrachtungsweise als Grundformen von Verben oder als zu Nomen gewordene Verben betrachtet werden können (Ü = UE).

Findest du heraus, welcher bekannte Jugendschriftsteller beide Wortformen dieser «Sternwörter» in ein besonders lautmalerisches Gedicht eingebaut hat?

Das Gedicht heisst: ______________________ Der Verfasser heisst: ______________________

deutscher Name für Astronomie	_ _ _ _ _ _* _ _ _ _
Märchen der Brüder Grimm	_ _ _ _ _* _ _ _ _ _
Löwe, Steinbock und Krebs sind alles …	_ _ _ _ _ _ _ _* _ _ _ _
angeblich diebische Vögel	_ _ _* _ _ _ _
Fest der Auferstehung Jesu	_ _ _* _ _ _
weibliche Verwandte	_ _ _ _ _* _ _ _ _ _
Der Orion ist wohl das bekannteste …	_ _ _ _* _ _ _ _ _
verbreiteter Brauch am Dreikönigstag	_ _ _ _ _* _ _ _ _ _ _
besonders starker Zwirn	_ _ _ _ _ _ _ _* _ _ _ _
Er steht immer genau im Norden,	_ _ _* _ _ _ _ _ _ _
essbare Meeresmuscheln	_ _* _ _ _ _ _
fünfstrahliges Meerestier	_ _ _ _ _ _* _ _
Nasenlöcher der Pferde	_ _ _ _* _ _ _ _
schöne rote Adventsblume	_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _* _ _ _
Einbringen der Baumfrüchte	_ _ _ _ _* _ _ _ _
Dunkelheit	_ _ _ _ _ _ _* _ _ _
Wenn du eine siehst, darfst du dir etwas wünschen	_ _ _ _ _ _ _ _ _* _ _ _ _

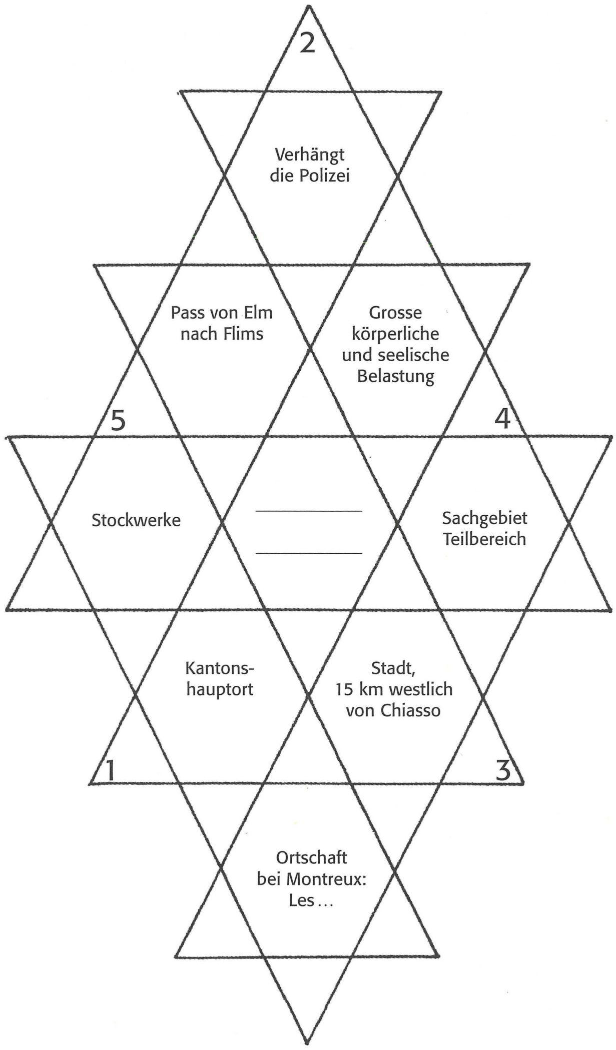
Neun miteinander verwobene Sterne

A3

Die sechs Buchstaben des im Sterninnern beschriebenen Nomens sind jeweils ringsum in die Zacken des entsprechenden Sternes einzusetzen. Das Spezielle daran ist, dass weder die Zacke für den Anfangsbuchstaben noch die Umlaufrichtung für das einzutragende Wort angegeben sind. Widme deshalb den «Überschneidungsbuchstaben» deine besondere Aufmerksamkeit und arbeite anfänglich nur mit Bleistift (und Gummi). Des Weiteren bietet dir die Schulkarte der Schweiz für die drei gesuchten Ortschaften und den zu bestimmenden Pass eine gute Hilfe.

Wenn du alle acht Nomen der «Aussensterne» richtig eingetragen hast, ergeben die sechs Buchstaben auf den Zacken des «Innensterns» einen neunten (natürlich zu diesem Arbeitsblatt passenden!) Begriff!

Verlängere nun dieses Lösungswort um weitere fünf Buchstaben (durch die Zahlen 1 bis 5 bezeichnet) – und du erhältst den Namen eines kleinen Schweizer Dörfchens, den du als Schlusslösung auf die beiden Linien des Innensterns schreibst.



Beantworte schliesslich folgende fünf Fragen zu dieser Gemeinde (im Internet nachschauen):

– In welchem Kanton liegt sie? ____________________

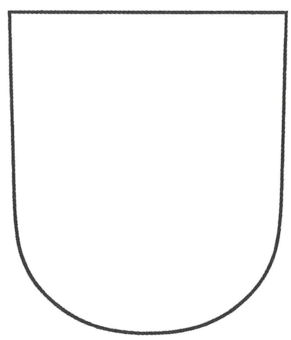
– Etwa wie viele Meter ü. M. liegt dieser Ort? ____________________

– Wie viele Einwohner hat er ungefähr? ____________________

– Wie heisst und wie hoch ist ihr «Hausberg»? ____________________

– Bekannt wurde der Name dieser Gemeinde vor allem durch einen Film, in dem die Gesamtschule dieses Dörfchens auf ungewöhnliche Weise gerettet wird (2004 in den Schweizer Kinos zu sehen). Wie heisst der Schauspieler, der die Hauptrolle in diesem Film spielt? ____________________

Zeichne schliesslich das «sprechende Wappen» dieser Gemeinde!

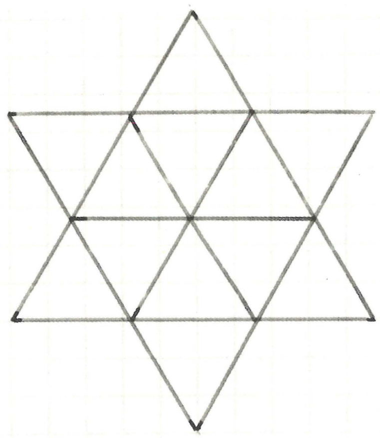


Sternkniffeleien

Mit gutem Recht darfst du stolz auf dich sein, wenn du es schaffst, alle untenstehenden vier **«Sternkniffeleien»** mit mathematischem Scharfsinn und nicht erlahmendem Durchhaltevermögen zu lösen …

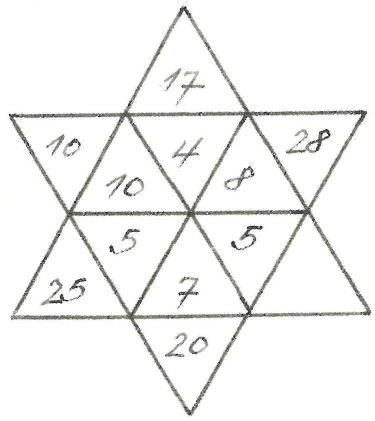
1

Der sechszackige, in lauter gleichseitige Dreiecke unterteilte Stern sieht nicht nur so schön harmonisch aus; nein, er scheint dir förmlich die Frage zu stellen: Findest du heraus, wie viele (verschieden grosse, immer aber gleichseitige) Dreiecke sich «in mir verstecken»? (Lösungszahl im untersten Dreieck angeben.)



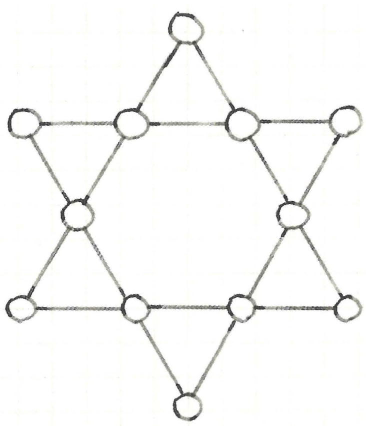
2

Wenn du herausgefunden hast, nach welcher Gesetzmässigkeit die elf Zahlen in den Stern eingesetzt worden sind, ist es kinderleicht für dich, die fehlende Zahl ins zwölfte Dreieck zu schreiben.



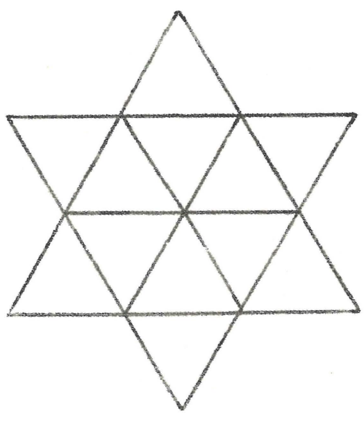
3

Verteile die Zahlen von 1 bis 12 derart auf die leeren Kreise, dass die Summen der vier Zahlen auf allen sechs Geraden gleich gross sind (Zahlenbätzchen verwenden).



4

Nun sind in die zwölf kleinen Dreiecke die Zahlen von 1 bis 12 so einzusetzen, dass die Summen der fünf Zahlen in allen sechs Richtungen gleich gross sind (die gleichen Zahlenbätzchen nochmals verwenden).



Vier magische Sterne

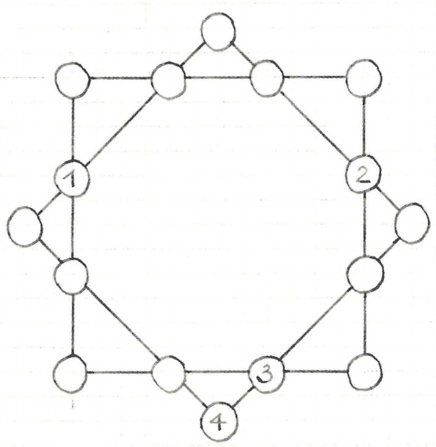
Gewiss hast du schon einmal gehört oder gelesen, dass geometrische Figuren als «magisch» bezeichnet werden, wenn bestimmte Summen (z. B. von Zahlen auf Linien, in Kreisen, auf Sternzacken usw.) jeweils gleich gross sind. Ganz ähnlich wie bei den dir sicherlich bekannten «Magischen Quadraten» sollst du bei den untenstehenden vier «Magischen Sternen» die Zahlen von 1 bis 16 derart auf die Leerstellen verteilen, dass die Zahlen aller acht geraden Linien immer die gleiche Summe bilden.

Bei genauerem Betrachten der Sterne stellst du rasch fest, dass jede einzusetzende Zahl auf der Kreuzung zweier Linien liegt, weshalb für die Berechnung der «magischen Summe» jede Zahl **doppelt zu zählen** ist. Wenn du **die zweifache Gesamtsumme** aller Zahlen durch die Anzahl der Linien teilst, weisst du, wie gross die zu erreichende **«magische Summe»** sein muss…

Als kleine Hilfestellung für dich sind bei jedem Stern die kleinsten vier Zahlen bereits eingesetzt. Kannst du (mit zielgerichtetem Überlegen und Zahlenbätzchen von 5 bis 16) die restlichen Zahlen überall richtig auf die leeren Kreise verteilen?

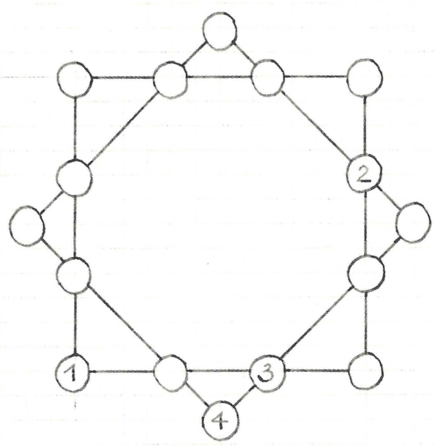
1

«Zackenzahl» ist allein die 4



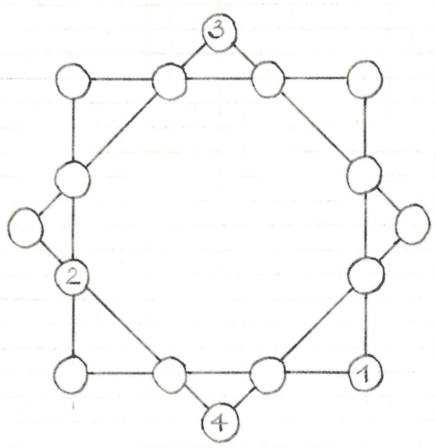
2

«Zackenzahlen» 1 und 4



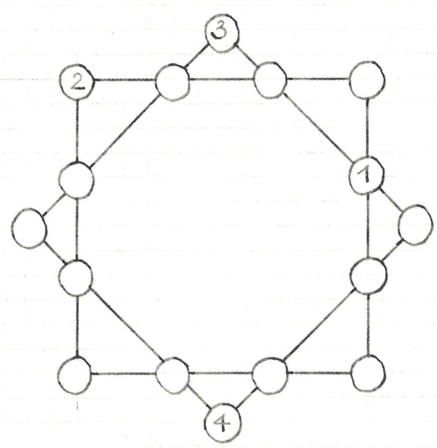
3

«Zackenzahlen» 1, 3 und 4



4

«Zackenzahlen» 2, 3 und 4



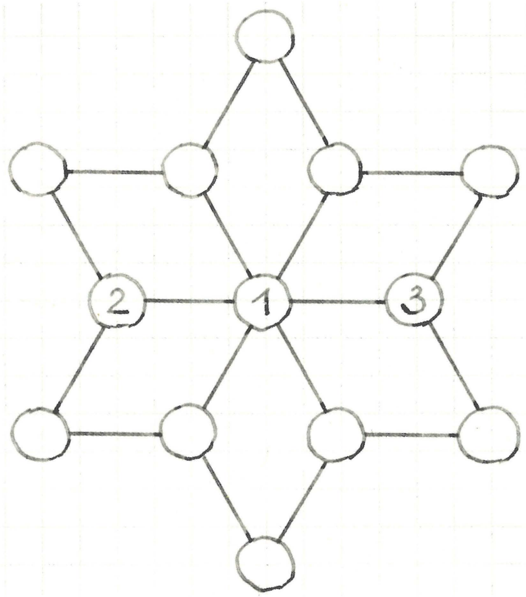
Zahlen richtig verteilen bei einem sechs-, einem acht- und einem zehnzackigen Stern!

A6

Vorbemerkung: Der Lösungsweg führt bei allen drei Aufgaben mit überlegter Strategie viel eher zum Ziel als **mit blossem Ausprobieren!**

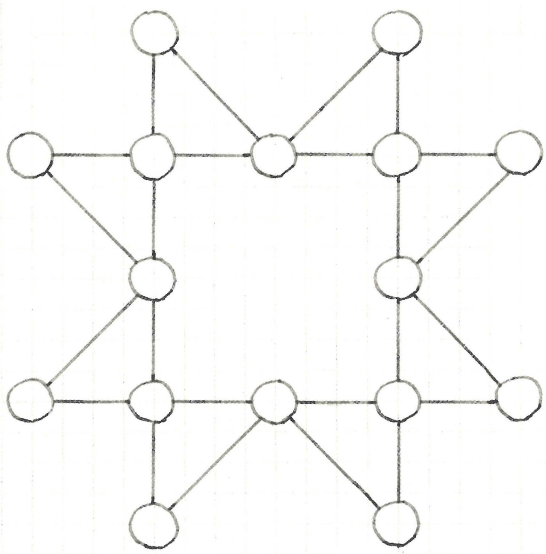
1

Die Zahlen von 1 bis 13 sind so auf die Kreise zu verteilen, dass die Summe der vier Zahlen in den Ecken aller sechs Rhomben (oder schiefen Vierecke) immer 21 beträgt.



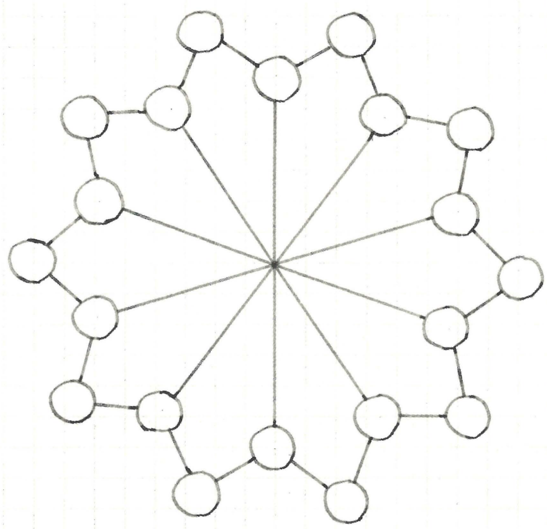
2

Bei diesem Stern sind die Zahlen von 1 bis 16 derart auf die Kreise zu verteilen, dass die fünf Zahlen aller vier geraden Linien die gleiche Summe ergeben.

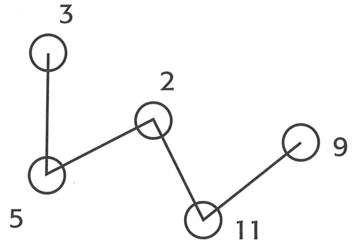


3

Schliesslich sind die Zahlen von 1 bis 10 so auf die leeren Kreise an den Enden der fünf «Durchmesserlinien» zu verteilen, dass die Summe zweier beliebiger benachbarter Zahlen gleich gross ist wie die Summe der beiden gegenüberliegenden Zahlen (die jeweils gleichen Summen in die Kreise auf den Zackenspitzen eintragen).



Beispiel:



$2 + 3 = 5$
$2 + 9 = 11$

Lösungen

A1
Einige mögliche Lösungen: SCHULE, LEHRER, SCHILF, MOLCHE, SCHALL, HUELLE, SCHALE, SCHULD, GEHALT, SICHEL, HALLER, SCHOLZ, SCHOLL, LOHNER, LEHNER (Nachnamen)

Das Aufspüren passender «Sternwörter» ist jedes Mal eine phantasieanregende und abwechslungsreiche sprachliche Betätigung, die sich zudem auf verschiedenste Arten in den Unterricht einbauen lässt:

• als Zusatzarbeit für sprachlich gewandte Schüler/-innen
• im Anschluss an eine Lesestunde (die Buchstaben werden einem sechsbuchstabigen Nomen aus dem besprochenen Text entnommen)
• als Partner- oder Gruppenarbeit (Ziel: möglichst viele Wörtersterne suchen)
• als beliebte Rätselform an einem Besuchsmorgen oder Examen
• als obligatorische oder freiwillige Hausaufgabe
• als rasch verfügbare Auffangarbeit bei unvermittelter und unerwarteter Inanspruchnahme der Lehrperson. (➜ Die Sterne können als zwei gegenseitig ineinandergreifende gleichseitige Dreiecke rasch und einfach skizziert werden.)

Ein weiterer Vorteil dieser besonderen Wörtersuche ist, dass sie mehrfach abgewandelt und variiert werden kann, wie dies folgende Beispiele zeigen:

• nur ein einziger Buchstabe wird vorgegeben (viel einfacher!)
• zwei Buchstaben werden vorgegeben, ein dritter Buchstabe muss (an beliebiger Stelle) vorkommen
• drei Buchstaben werden fest vorgegeben (für Sprachtüftler!)
• nur eine Umlaufrichtung ist erlaubt
• weitere Wortarten dürfen verwendet werden
• auch Wörter aus Fremdsprachen dürfen eingesetzt werden
• Sternwörtersuche mit achtzackigen Sternen (zwei übereinander gezeichnete, 45 Grad gedrehte Quadrate)

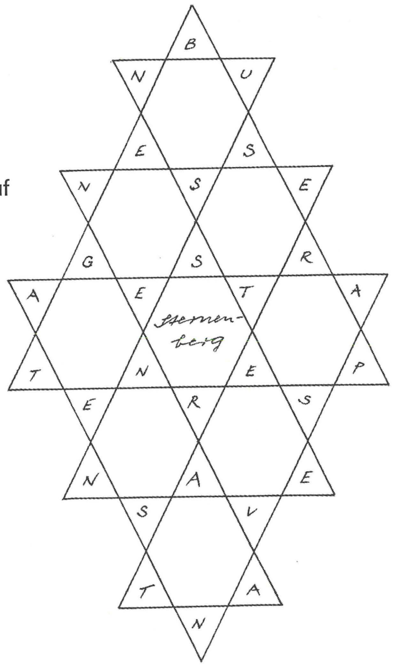
A2
Das Gedicht heisst «Das Feuer» und sein Verfasser ist James Krüss. (Zu finden beispielsweise in: Treffpunkt Sprache 6, Seite 90, oder leicht im Internet.)
Die gesuchten «Sternwörter» lauten:

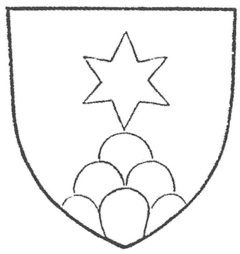
STERN**K**UNDE
STER**N**TALER
STERNZE**I**CHEN
EL**S**TERN
OS**T**ERN
SCHW**E**STERN
STE**R**NBILD
STER**N**SINGEN

STERNLI**F**ADEN
PO**L**ARSTERN
A**U**STERN
SEEST**E**RN
NUE**S**TERN
WEIHNACH**T**SSTERN
OBST**E**RNTE
FINSTE**R**NIS
STERNSCH**N**UPPE

Aus diesen Lösungswörtern ergeben sich als Grundform von Verben oder zu Nomen gewordenen Verben die beiden Begriffe «k(K)nistern» und «f(F)lüstern».

A3
(evtl. verstreut auf der Wandtafel)
Bussen
Segnes
Stress
Etagen
Sparte
Sarnen
Varese
Les Avants





Die Gemeinde heisst Sternenberg. Sie befindet sich im Kanton Zürich, liegt rund 900 m ü. M. und zählt ungefähr 330 Einwohner. Ihr Hausberg ist das Hörnli (1133 m ü. M.) und der Schauspieler, der die Hauptrolle im Film «Sternenberg» spielt, heisst Mathias Gnädinger. Das Wappen lässt sich so beschreiben: Auf blauem Hintergrund prangt ein goldener, sechszackiger Stern über einem silbernen Dreiberg.

A4
1 Es sind insgesamt zwanzig Dreiecke, nämlich
– zwölf mit der Seitenlänge 1
– sechs mit der Seitenlänge 2
– und zwei mit der Seitenlänge 3

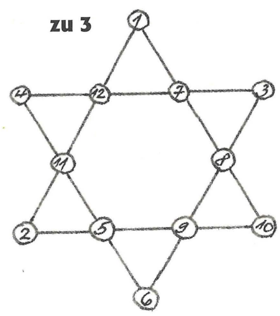
2 Von jeder Zacke aus lautet die Rechnung zur gegenüberliegenden Zacke: Zahl A – Zahl B + Zahl C = Zahl D. Die gesuchte Zahl heisst also 5.

3 Anstatt die Zahlenbätzchen einfach aufs Geratewohl zu verschieben, lohnt es sich, zuerst zu überlegen, wie gross die gleichen Summen aller vier Zahlen jeder Linie sein müssen. Wir stellen fest, dass die Addition dieser sechs «Liniensummen» doppelt so gross sein muss wie die Summe aller eingesetzten Zahlen. Dies deshalb, weil jede eingesetzte Zahl zweimal (auf den beiden sich schneidenden Geraden) berücksichtigt wird. Die Gesamtsumme beträgt demnach:

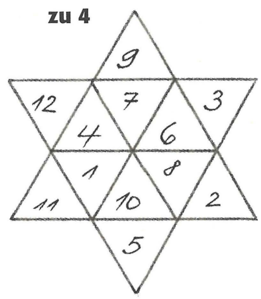
$2 \times (1 + 2 + 3 + \ldots 10 + 11 + 12) = 156$. Daraus lässt sich die «magische Summe» für jede Linie ableiten: $156 : 6 = 26$

Unter den vielen richtigen Lösungen sei nachfolgend eine besondere Zahlenverteilung angegeben, bei der zusätzlich die Summe auf den sechs Zackenspitzen ebenfalls 26 beträgt!

zu 3



zu 4



4 Die ähnlichem Gedankengänge wie bei Aufgabe 3 führen zu dieser speziellen Berechnung der gleichen Summen aller fünf Zahlen in jeder der sechs Richtungen: Die eine Hälfte der Zahlen (in den Zacken) wird nämlich nur zweifach, die andere Hälfte (im «Innensechseck») gar dreifach berücksichtigt:

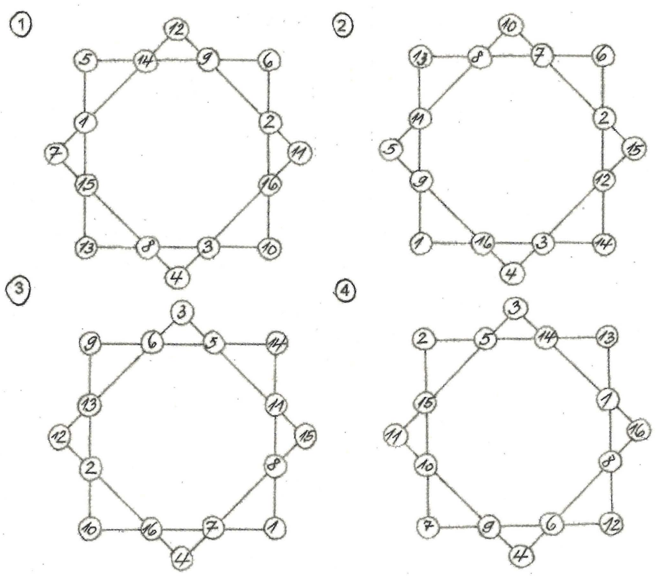
$39 \times 2 = 78$ / $39 \times 3 = 117$
(39 = Hälfte der Summe aller Zahlen von 1 bis 12)

Die Gesamtsumme von 195 (78 + 117), verteilt auf die sechs Richtungen, ergibt 32,5 (!). Mathematisch gesehen, bedeutet dies, dass unsere Aufgabe zwei Lösungen haben muss. Die erste mit der «magischen Summe» 32 ist obenstehend angegeben; die zweite mit der Summe 33 erhält man, wenn jede der eingesetzten Zahlen von 13 abgezählt wird.

A5
Die «magische Summe» wird folgendermassen berechnet:

$16 \times 17 : 8 = 272 : 8 = 34$

(Gleiche Berechnung und gleiche «magische Summe» wie beim aus 4 × 4 Feldern bestehenden magischen Quadrat!)



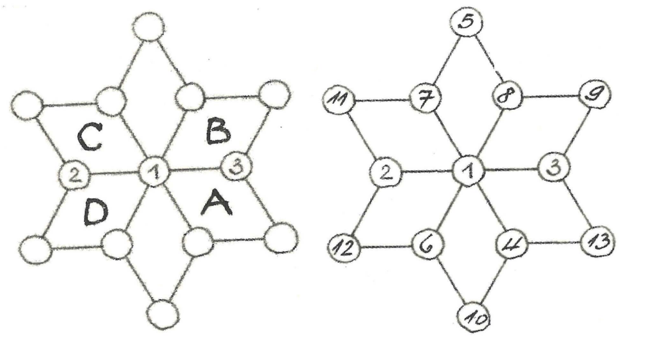
Anmerkung: Die Lösung der ersten Aufgabe ist nicht nur «magisch» – nein, sie kann sogar als «supermagisch» bezeichnet werden, lässt sich doch die «magische Summe» ausser auf allen acht Linien auch auf folgenden je vier Quadraten und Rechtecken entdecken:

Quadrate: 5–6–10–13, 12–11–4–7, 2–3–15–4 und 16–8–1–9
Rechtecke: 15–1–2–16, 14–9–3–8, 14–16–3–1 und 9–2–8–15

A6
1 (Bei schwächeren Schülern schon mehrere Zahlen von Anfang an eintragen und/oder ein Beispiel am Hellraumprojekter lösen.) Schauen wir uns einmal die Rhomben A, B, C und D genauer an: Je zwei von ihnen sind «Nachbarn», weswegen sie auch je zwei gemeinsame vorgegebene Zahlen haben (1 und 3 resp. 1 und 2). Um die Summe 21 zu erreichen, müssen deshalb die beiden weiteren Zahlen in den Vierecken A und B zusammen je 17, in den Vierecken C und D zusammen je 18 ergeben! Folgende Zahlenpaare kommen für diese Summen in Frage:

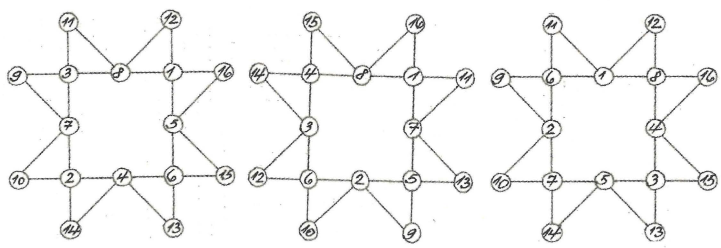
Für die Rhomben A und B:	Für die Rhomben C und D:
13 und 4	13 und 5
12 und 5	12 und 6
11 und 6	11 und 7
10 und 7	10 und 8
9 und 8	

Entscheiden wir uns beispielsweise dafür, dass das Viereck A nebst den vorgegebenen Zahlen 1 und 3 das Zahlenpaar 13 und 4 einzusetzen, bleiben für das Viereck B nur noch die unteren vier Zahlenpaare. Mit Vorteil entscheiden wir uns dabei für die Zahlen 8 und 9, weil die 9 bei den Rhomben C und D ja gar nicht mehr eingesetzt werden kann… Diese Überlegungen führen dazu, dass für die Rhomben C und D nur noch die Zahlenpaare 12 und 6 sowie 11 und 7 gewählt werden können, weil 13 und 8 ja bereits bei den Vierecken A und B berücksichtigt wurden! Wenn wir diese allein mit logischem Denken ermittelten Zahlenpaare einsetzen, finden wir die Lösung, indem wir bei diesen vier Zahlenpaaren die jeweils grössere Zahl auf der Zackenspitze notieren:



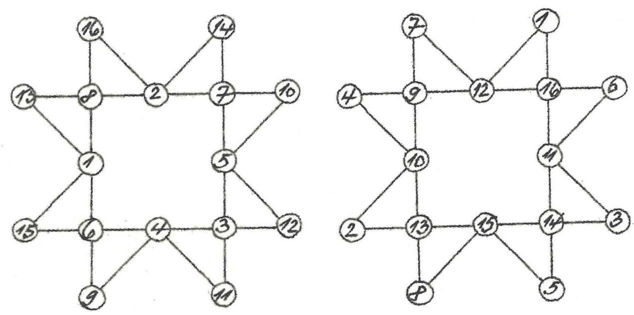
2 Wenn es uns gelingt, entweder die Zahlen von 1 bis 8 (resp. die Zahlen von 9 bis 16) derart auf dem Innenquadrat zu verteilen, dass alle vier Seiten die gleiche Summe aufweisen, ist die Lösung dieser Aufgabe bald gefunden. Mit den Zahlen 1 bis 8 beispielsweise sind Seitensummen von 12, 13, 14 und 15 möglich. Zählen wir zu jeder Seitensumme jeweils 25 dazu («Zackenzahlen» 9 und 16, 10 und 15, 11 und 14 sowie 12 und 13), sind Lösungen mit den «magischen Summen» 37, 38, 39 und 40 möglich.

Beispiel mit der mag. Summe 37: | Beispiel mit der mag. Summe 38: | Beispiel mit der mag. Summe 40:



Entsprechend führen die Seitensummen des Innenquadrates von 36, 37, 38 und 39 (9 bis 16, jede einzusetzende Zahl um 8 grösser) zu den magischen Summen 45, 46, 47 und 48 («Zackenzahlen» dafür je um 8 kleiner). Viel schwieriger ist es, Lösungen ohne gleiche Summen auf allen Seiten des Innenquadrates auszutüfteln. Dies ist am besten mit planvollem Verschieben von Zahlenbätzchen möglich, wobei aber zu beachten ist, dass die acht kleineren oder acht grösseren Zahlen immer entweder auf das Innenquadrat oder die Sternzacken verteilt werden müssen!

Beispiel mit den «Zackenzahlen» 9 bis 16 (mag. Summe 40): | Beispiel mit den «Zackenzahlen» 1 bis 8 (mag. Summe 47)



3 Bestimmen wir zuerst einige mögliche Zahlenpaare, welche einander gegenüberstehen könnten: 10 und 1 mit 6 und 5 (Summe 11), 5 und 2 mit 3 und 4 (Summe 7) oder 7 und 2 mit 6 und 3 (Summe 9). Die Schüler/-innen ahnen: Weil diese Zahlenpaare jeweils die gleiche Summe bilden, müssen sie doch auch irgendwie zusammenhängen... Bei vergleichendem Betrachten stossen wir bald auf jene Gesetzmässigkeit, welche uns der Lösung ein erhebliches Stück näher bringt: Der Unterschied der beiden kleineren Zahlen ist immer gleich gross wie der Unterschied der beiden grösseren Zahlen!

Für unsere drei Beispiele gilt demnach:

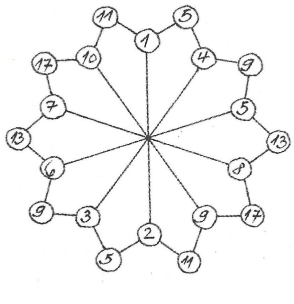
10 – 6 = 5 – 1
5 – 4 = 3 – 2
7 – 6 = 3 – 2

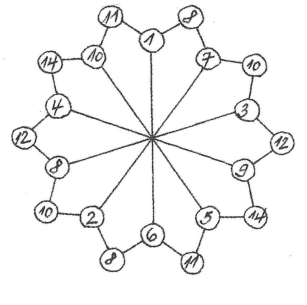
Damit wird klar: Wenn es möglich ist, alle zehn Zahlen auf fünf Zahlenpaare mit der gleichen Differenz zu verteilen, ist diese Knacknuss gelöst! Schauen wir uns einmal alle denkbaren Differenzen genauer an!

Differenz 1:	Differenz 2:	Differenz 3:	Differenz 4:	Differenz 5:
2 – 1	3 – 1	4 – 1	5 – 1	6 – 1
4 – 3	4 – 2	5 – 2	6 – 2	7 – 2
6 – 5	7 – 5	6 – 3	7 – 3	8 – 3
8 – 7	8 – 6	10 – 7	8 – 4	9 – 4
10 – 9	(Auch mit anderen Subtraktionen sind fünf			10 – 5
(1. Lösung)	gleiche Differenzen nicht zustande zu bringen.)			(2. Lösung)

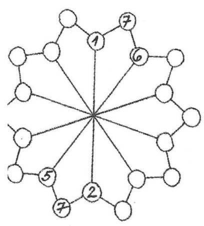
Die Schüler/-innen können auf die gleiche Weise (selbständig) herausfinden, dass es – wie bei den Differenzen 2, 3 und 4 – genauso unmöglich ist, mit den zehn Zahlen 1 bis 10 fünfmal die gleiche Differenz von 6, 7, 8 oder 9 zu bilden!

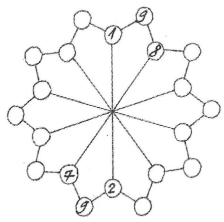
Wenn wir jetzt die gefundenen Zahlenpaare für die Differenzen 1 und 5 in die Leerstellen einsetzen, erhalten wir die folgenden beiden Grundlösungen:

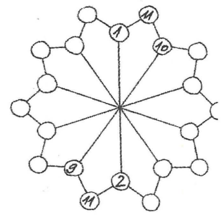




Diese Grundlösungen lassen sich weiter abwandeln, weil nach dem Einsetzen des ersten Zahlenpaares (2 – 1 resp. 6 – 1) jedes der noch verfügbaren vier anderen Zahlenpaare eingetragen werden könnte. So könnten auf 2 – 1 ausser 4 – 3 ebenso gut 6 – 5 oder 8 – 7 oder 10 – 9 folgen:







Genauso könnten das dritte und vierte Zahlenpaar beliebig aus den noch verbleibenden Zahlenpaaren ausgewählt werden!

Weil also jede der beiden Grundlösungen insgesamt 24 × (4 × 3 × 2) umgeformt werden kann, hat diese Einsetzaufgabe erstaunliche 48 verschiedene Lösungen!